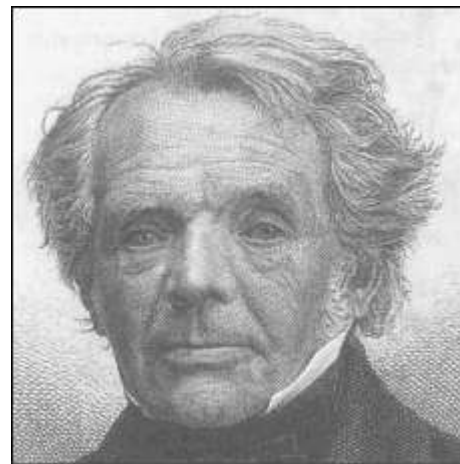


# Escher e a tira de Moebius

(Expresso: 20-02-1999)

**O matemático alemão Moebius criou uma superfície não orientável, isto é, sem frente nem costas. O facto foi considerado um feito no mundo científico e constituiu uma fonte de inspiração para o artista holandês Mauritius Escher**

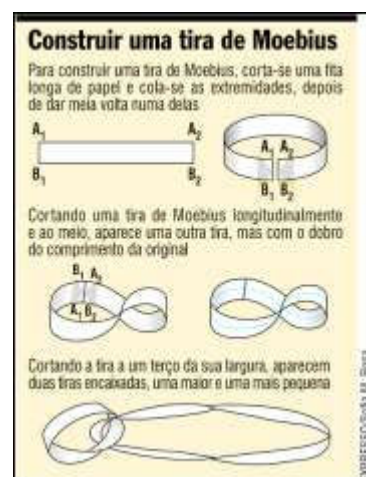
MAURITUS Cornelis Escher (1898-1972), o artista de quem temos vindo a falar a propósito das celebrações do seu centenário, estava fascinado pelos mistérios visuais. O encanto da sua arte deriva, em grande parte, da sua habilidade em captar o significado profundo de princípios geométricos e matemáticos. É o caso das suas gravuras de tiras de Moebius.



«**Em 1960**», escreveu Escher, «**um matemático inglês (de cujo nome agora não me recordo) sugeriu-me que fizesse uma gravura de uma tira de Moebius. Na altura, nem sabia bem do que se tratava.**» O resultado foram duas gravuras que se tornaram famosas, a «Tira de Moebius I» e a «Tira de Moebius II», que aqui reproduzimos. Na primeira dessas gravuras, que parece retratar três serpentes mordendo as caudas umas das outras, Escher desafia-nos a seguir o percurso das serpentes e a verificar, naturalmente com surpresa, que os três répteis estão alinhados num percurso único, apesar de parecerem seguir duas órbitas distintas. Na segunda dessas gravuras, em que nove formigas se passeiam, caminhando sempre no mesmo sentido, Escher desafia-nos a seguir o seu percurso e a verificar que é um percurso sem fim, pois de onde quer que se parta volta-se sempre ao mesmo lugar. As formigas passeiam-se, ao que parece, em dois lados diferentes de uma superfície, mas cada uma delas percorre, afinal, toda a superfície em que se passeia. Tanto numa como noutra gravura, o caminho não tem fim.

*August Ferdinand Moebius, o matemático alemão que 'inventou' a tira com o seu próprio nome e gravuras de Escher sobre o tema. 'Tira de Moebius I' e 'Tira de Moebius II' foram concebidas nos anos 60*

Ambas as gravuras reproduzem o que hoje se designa por tira de Moebius, em honra do seu descobridor, um matemático e astrónomo alemão que deixou trabalhos importantes em geometria, topologia e análise complexa. O seu nome, Moebius, escreve-se em alemão com um trema sobre o «o» e sem «e». Outras línguas, por não utilizarem esse trema, substituem o «ö» por um «oe». O som corresponde à vogal do francês «feu», um som entre o «ê» e o «â», pelo que é menos errado ler-se «mâbius» do que «mó-é-biús», como muitas vezes se ouve.



August Ferdinand Moebius nasceu em 7 de Novembro de 1790 em Schulpforta, na Saxónia, perto de Leipzig e de Iena. Morreu em 1868 em Leipzig, depois de ter sido, durante quase toda a sua vida adulta, professor de Astronomia na universidade dessa cidade. No princípio da sua vida matemática, trabalhou com Carl Friedrich Gauss (1777-1855), um dos maiores matemáticos da História e o único, até hoje, a receber a designação de «príncipe dos matemáticos». Concluiu os seus estudos com uma tese sobre a ocultação de estrelas e, tal como muitos cientistas da época, dedicou-se tanto à astronomia como à matemática. No decurso da sua vida, a matemática na Alemanha transformou-se por completo. Quando nasceu, era difícil encontrar um único matemático alemão de estatura internacional. Quando morreu, a Alemanha era um dos principais centros de investigação e de ensino da matemática, de onde partia uma influência decisiva para a ciência de todo o mundo. Moebius participou nesse extraordinário desenvolvimento, que não é estranho à transformação política e social então operada nesse país. Foi durante esse período que o mundo de fala alemã deixou de ser um conglomerado de estados, passando a ser um império, unido sob a égide da Prússia.

Entre os matemáticos, Moebius é sobretudo conhecido pela transformação que tem o seu nome, e que desempenha um papel relevante em análise complexa. É também conhecido por vários trabalhos de geometria e topologia, um ramo das matemáticas que é, em muitos aspectos, uma

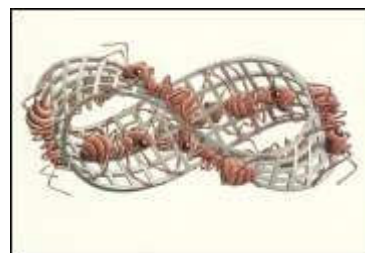


generalização da geometria.

Nos seus estudos de topologia, Moebius estava interessado numa propriedade das superfícies, que é a da possibilidade ou impossibilidade de orientação e construiu a superfície não orientável que se veio a chamar tira de Moebius. Para o fazer, teve literalmente de trocar as voltas a uma superfície.

Uma folha de papel tem dois lados e um bordo único, constituído pelas arestas. Será que uma folha de papel pode ter um único lado e um único bordo, de tal maneira que uma formiga possa passar de um lado para o outro, sem nunca cruzar o bordo? Sabe-se hoje que sim, que basta dar meia volta numa das extremidades da folha e colar essa aresta à aresta oposta, tal como se mostra na caixa abaixo. Na superfície resultante, a tira de Moebius, as formigas podem passear-se continuamente, parecendo que percorrem as duas faces da tira, passando da frente para as costas, quando, afinal, apenas percorrem a face única deste estranho objecto. A tira de Moebius não tem frente nem costas.

Imagine-se um ser a duas dimensões, embebido na tira, em vez de se passear sobre ela, tal como as formigas. Esse ser, quando dá uma volta à tira, muda a sua paridade, isto é, aparece como uma imagem invertida pelo espelho - facto que reflecte o carácter não orientável desta superfície.



Construa-se uma tira de Moebius em papel transparente e escreva-se uma frase ao longo da tira, «sempre em pé», por exemplo. Mantendo a tira entre dois dedos, puxe-se por ela para a fazer dar uma volta completa. A frase «sempre em pé», ora nos aparece direita ora nos aparece invertida.

Corte-se uma tira, longitudinalmente, pelo meio. O que aparece é semelhante ao que Escher representou na sua gravura, com as serpentes a morder as caudas umas das outras. A tira não se divide, como se poderia esperar, continua a ser uma tira única. Estique-se a tira cortada, e esta aparece como uma única tira, mais fina e mais comprida.

Em vez de cortar a tira original pelo meio, pode-se cortá-la a um terço da largura. Depois de a tesoura percorrer a banda, aparecem duas tiras, uma maior e uma mais pequena, encaixadas uma na outra.

Não é de espantar que a tira de Moebius tenha fascinado e continue a fascinar matemáticos, artistas e simples curiosos. Tem aparecido em selos de correio, em

esculturas, até em logotipos comerciais. O Banco Totta & Açores, quando juntou os dois bancos, escolheu uma tira de Moebius para representar a unidade das duas instituições originais: foram duas faces que se juntaram numa. Mas as melhores e mais imaginativas representações continuam a ser as de Escher. Um artista que conseguia ter uma intuição geométrica profunda dos objectos que desenhava.

*Texto de NUNO CRATO*